$\boxed{1}$ (30 点)

平行四辺形 $ABCD$ において，辺 AB を $1:1$ に内分する点を E，辺 BC を $2:1$ に内分する点を F，辺 CD を $3:1$ に内分する点を G とする．線分 CE と線分 FG の交点を P とし，線分 AP を延長した直線と辺 BC の交点を Q とするとき，比 $AP:PQ$ を求めよ．

(2013 年　京都大学前期理系)

[解答例](B10)

直線 AD と直線 CE の交点を点 R，直線 AD と直線 FG の交点を点 S とおく．なお，これを図にしたものが図 1 である．

仮定より辺 AD と BC が平行なので，錯角および対頂角を考えれば，

$\triangle REA \sim \triangle CEB, \triangle DGS \sim \triangle CGF, \triangle RPS \sim \triangle CPF, \triangle RPA \sim \triangle CPQ$ である．

$\triangle REA \sim \triangle CEB$ より，

$$RA : CB = AE : BE = 1 : 1$$

である．また，$\triangle DGS \sim \triangle CGF$ より，

$$DS : CF = DG : GC = 1 : 3$$

である．よって，問題の仮定 $AD = CB = 3CF$ と合わせれば，

$$RS : CF = CB + AD + DS : CF = 19 : 3$$

と分かる．よって，$RP : PC = RS : CF = 19 : 3$．$\triangle RPA \sim \triangle CPQ$ より

$AP : PQ = RP : PC$ であるから，

$$AP : PQ = 19 : 3.$$

（解答終）

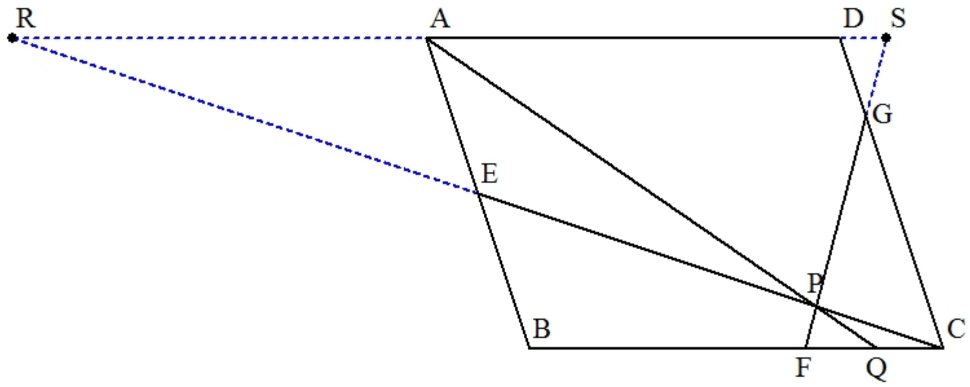

図 1